

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.11.012

含有硬包裹体分布的非均质 岩石水力压裂特性研究

李 明^{1,2}, 郭培军², 梁 力¹, 李 鑫¹

(1. 东北大学 土木工程系, 辽宁 沈阳 110819; 2. 麦克马斯特大学 土木工程系, 哈密尔顿 安大略 L8S4L8)

摘 要: 基于完全流-固耦合的弹塑性理论给出了水力压裂数值计算的弥散裂缝模型, 其中材料的弹性部分采用线弹性本构关系, 塑性部分采用摩尔-库仑破坏准则及强化准则。依据当前的有效应力状态修正渗透系数来模拟压裂液在裂缝中的流动。渗透系数的修改使用双曲正切函数, 并采用平均有效应力作为水力裂缝的起裂判据。在 ABAQUS 软件中通过用户自定义程序添加了该模型。根据岩石的切面照片建立了含有硬包裹体分布的非均质岩石的有限元计算模型, 模拟了中心点注水条件下的水力压裂传播过程, 讨论了在常应力状态下非均质岩石中开裂区域、典型位置的应力路径变化和裂缝传播范围随时间变化的特点。进行了多种条件下含有硬包裹体分布的岩石材料的数值试验, 得出了基岩材料的弹性模量、凝聚力和渗透系数以及注水速率对峰值注水压力、平均注水压力和裂缝开度的影响规律。

关 键 词: 水力压裂; 弥散裂缝模型; 硬包裹体; ABAQUS

中图分类号: TV 139.1; TE 31

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2016) 11-3130-07

Hydraulic fracturing characteristics of heterogeneous rock with hard inclusion distributed

LI Ming^{1,2}, GUO Pei-jun², LIANG Li¹, LI Xin¹

(1. Department of Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China;

2. Department of Civil Engineering, McMaster University, Hamilton, Ontario L8S4L8, Canada)

Abstract: A smeared crack model of hydraulic fracturing numerical calculation is proposed based on the complete liquid-solid coupled elastoplastic theory. In this model, the elastic part of the material uses the linear elastic constitutive relations; the plastic part adopts the Mohr-Coulomb failure criterion and hardening criterion. To simulate the fluid flow in the crack, the permeability is modified according to the current state of effective stress. The relation between the permeability and the effective mean stress is assumed to be a hyperbolic tangent function. The onset of crack is determined by the mean effective stress. Using the user defined subroutines provided by ABAQUS software, the smeared crack model is added. According to section photo of the in-situ rock sample, a finite element model of heterogeneous material with hard inclusions distributed is generated. The progress of hydraulic fracturing under the loading condition of centered injection is well simulated and the results show the characteristics of fracture zone, stress path located at typical location and range of fracture propagation. Numerical tests on the rock with hard inclusions distributed are carried out under different conditions. The paper concludes the influences of elastic modules, cohesion, permeability, and injection rate on the maximum injection pore pressure, average injection pore pressure and fracture aperture.

Keywords: hydraulic fracture; smeared crack model; hard inclusions; ABAQUS

1 引 言

水力压裂 (hydraulic fracturing, 又称为水力劈裂、水力裂解技术) 是开采页岩气时所用的方法,

也是油气井增产的主要措施^[1]。水力压裂的计算方法及模型有多种, 如基于断裂力学理论的平面计算模型有 PKN、PKN-C、KGD 和 KGD-C 等, 三维计算模型有 P-3D 和 P-3D-C 等^[1-2]。基于数值方法的

收稿日期: 2015-01-10

基金项目: 教育部项目基本科研业务费项目 (No.N110301001); 国家自然科学基金资助项目 (No.51474048); 教育部项目博士点基金 (No.20120042110001)。

This work was supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (N110301001), National Natural Science Foundation of China General Program (51474048) and Doctoral Fund of Ministry of Education of China (20120042110001)。

第一作者简介: 李明, 男, 1980 年出生, 博士, 讲师, 主要从事岩土工程数值计算方法研究。E-mail: liming@mail.neu.edu.cn

有弥散裂缝模型^[3]、双孔隙度模型^[4]、分离裂缝模型^[4]、黏结模型^[5-6]、扩展有限元法^[7-8]等。其中弥散裂缝模型是通过修改破坏区域的材料特性(如刚度、渗透系数等)实现裂缝发展过程的模拟,其主要特点是无需引入真正的裂缝和重构网格,适用于岩石材料的拉伸破坏和土体材料的剪切破坏过程的模拟^[3-4]。

在深层地质条件下的基岩(如贝雷砂岩等)中分布有硬包裹体(如巴拉波石英岩、石灰岩等)、软包裹体(如石英云母片岩等)和孔洞等特性。本文仅针对具有硬包裹体分布特点的岩石材料进行水力特性分析研究。其中硬包裹体的弹性模量范围约为 40~80 GPa,基岩的弹性模量范围约 10~25 GPa。

本文基于弥散裂缝模型,通过使用双曲正切函数作为渗透系数的修改方式来模拟压裂液在裂缝中的流动,并采用平均有效应力作为水力裂缝的起裂判据。进行了多种条件下含有硬包裹体分布的岩石材料的数值试验,对含有硬包裹体分布的非均质岩石材料的水力压裂特性进行分析研究,并探讨基岩材料性质和注水速率对峰值注水压力、平均注水压力和裂缝开度的影响。

2 水力压裂数值计算的弥散裂缝模型

2.1 基本方程

本文所采用的弥散裂缝模型是基于完全流-固耦合的弹塑性理论,其主要控制方程^[9]如下:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

$$\frac{\kappa}{\mu} \nabla^2 p_w = \frac{1}{Q} \frac{\partial p_w}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

$$\sigma'_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + p_w \delta_{ij} \quad (5)$$

$$\kappa(\sigma_m, p_w) = \kappa_0 f[-\beta(\sigma_m - \alpha p_w)] + C_0 \quad (6)$$

式中: σ_{ij} 、 σ'_{ij} 和 p_w 分别为总应力张量、有效应力张量和流体压力(本文为水压力); ρ 为岩石密度; μ 为流体的黏度; δ_{ij} 为 Kronecker 张量; u_i 和 f_i 分别为方向 x_i 上的位移和体力; ε_{ij} 和 $\varepsilon_v = u_{i,i}$ 分别为应变张量和体积应变; 材料的弹性特性采用线弹性本构关系; 材料的塑性部分通过 Mohr-Coulomb 破坏和强化准则来描述; 变量 α 和 $1/Q$ 分别表示 Boit 固结系数和存储系数; 方程 $\kappa(\sigma_m, p_w)$ 用来描述破坏后渗透系数与有效平均应力之间的关系, 其中

σ_m 为平均有效应力, κ_0 和 C_0 为与渗透率初值和最大值相关的常量, β 为损伤系数。

2.2 水力压裂破坏模式

ABAQUS 软件中, 渗透系数又称水力传导系数(hydraulic conductivity), 在各向同性介质中, 它定义为单位水力梯度下的单位流量, 表示了流体通过孔隙骨架的难易程度, 其单位为 m/s。本文通过修改渗透系数的数值来模拟破坏岩石中流体的流动。结合文献[10-11]中关于渗透系数的修改法, 本文所采取的修改方式是通过下式实现:

$$K = \frac{1+h}{2} K^{UB} + \frac{1-h}{2} K_0 \quad (7)$$

其中

$$h = \tan h[\xi(\sigma'_m - P_t)] \quad (8)$$

式中: h 为平均有效应力 σ'_m 的双曲正切函数; K_0 和 K^{UB} 分别为岩石材料的初始渗透系数和渗透系数上限(本文假设 $K^{UB} \gg K_0$, 取 $K^{UB} = 0.1 \text{ m/s}$); 系数 ξ 是影响双曲正切函数变化的一个指标, 起裂时的平均有效应力大小可以通过调整 ξ 的取值来控制。Brace 等^[12]认为岩石材料的起裂应力为其抗拉强度 P_t 的 0.35~0.6 倍, 因此, 在进行数值计算时, 系数 ξ 的取值应使起裂压力控制在 0.35~0.60 P_t (P_t 为抗拉强度)。

2.3 弥散裂缝模型在 ABAQUS 中的实现

水力压裂的数值分析软件国内代表的有基于渗流应力耦合法的 RFPA^{2D} 软件^[13]。而本文采用 ABAQUS 软件的用户自定义子程序实现水力压裂的数值分析。之所以采用 ABAQUS 软件是因为该软件可以方便地进行自定义程序的开发, 实现渗透系数随应力场的不同而变化。在该软件中材料参数指定为场变量(field variable)的函数。在求解之前可以通过子程序 SDVINI 定义材料分布情况并初始状态变量(state variable), 而后通过子程序 USDFLD 根据状态变量更新场变量的数值实现材料参数的实时修改。本文算例中共考虑 8 个场变量, 依次分别为: 弹性模量、泊松比、抗拉强度、渗透系数、密度、孔隙比、饱和度和混合黏滞系数。前 4 个参量用于描述材料特性, 后 4 个参量通过式(7)进行水力压裂过程中渗透系数变化的计算。

3 含有硬包裹体的非均质岩石建模

本文根据某岩石试件的切面照片, 建立含有硬包裹体分布的非均质岩石试件的力学模型。其中硬包裹体面积超过 46 mm² 的含量为 51.2%。为保证数值计算的稳定性, 避免包裹体距离模型边界过小而

引起收敛问题,将模型的基岩部分向水平方向适当延伸。模型的建立首先采用 MATLAB 脚本程序(该脚本由加拿大麦克马斯特大学柳亚千提供)依据切面灰度照片增强岩石试件中包裹体与基岩的边界线,在 AutoCAD 中生成模型和包裹体边界并建立面域后导出为 sat 格式,而后导入 ABAQUS 软件得到有限元计算的力学模型。该模型的尺寸为 $20\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ 。初始应力状态依据现场实测资料选取相应注水深度为 $-2\ 800\text{ m}$ 的应力条件,即垂直应力、水平应力和孔隙水压力分别为 70 、 60 、 50 MPa 。注水位置设置在模型的中间,注水宽度为 1 mm 的线性区域。有限元模型如图 1 所示,其中单元选用 CPE8P,模型中共有 $12\ 396$ 个单元, $37\ 389$ 个节点。材料参数如表 1 所示。

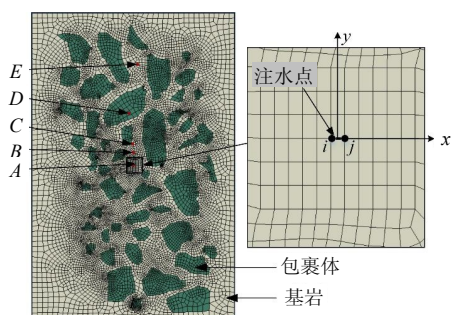


图 1 有限元网格图

Fig.1 Finite element meshes

表 1 材料参数
Table 1 Material properties

材料名称	弹性模量 E / GPa	泊松比 μ	渗透系数 K / (mm/s)	材料抗拉强度 P_t / MPa	内摩擦角 φ / (°)	膨胀角 ψ / (°)	孔隙率 n / %
基岩	20	0.25	1.0×10^{-10}	7	30	10	5
包裹体	60	0.20	1.0×10^{-18}				

水力压裂问题不同于经典断裂力学之处在于,由于初始地应力场的影响在裂纹远端的应力场为压应力^[14]。在进行平面应变问题的分析中,可以通过采用不同的本构模型参数而得到相同的流动和破坏响应。为使得在同一平面内具有相同的响应,在偏平面的圆形屈服面上,使用平面应变的假设即可以得到 Drucker-Prager 和 Mohr-Columb 两种破坏准则参数:凝聚力、内摩擦角和膨胀角的相互关系^[15]。因此,基岩材料的弹性部分可采用线弹性本构关系,塑性部分采用 Mohr-Columb 准则。同时假设包裹体与基岩之间位移连续,硬包裹体在计算中不会发生破坏,故采用线弹性本构关系,并给与极低的渗透系数。

为分析材料特性以及注水速率对水力压裂特性的影响,本文考虑弹性模量、凝聚力、渗透系数和注水速率的变化范围如表 2 所示。计算中所有实例的注水时间均为 120 s 。

表 2 主要计算参数取值范围
Table 2 Range of main parameters

弹性模量 E / GPa	凝聚力 c / MPa	渗透系数 k / ($\times 10^{-10}\text{ mm/s}$)	注水速率 R / (mm/s)
10~30	7~13	1~100	0.1~0.5

4 开裂区域及应力路径分析

以弹性模量、凝聚力、渗透系数和注水速率分别为 20 GPa 、 7 MPa 、 10^{-8} mm/s 和 0.1 mm/s 的计算条件为例,分析开裂区域和应力路径的特点。

当注水时间分别为 20 、 40 、 60 、 80 、 100 、 120 s 时裂缝的开裂区域如图 2 所示。水压裂缝的传播方向为垂直于小主应力平面,故裂缝的传播方向为 Y 轴方向。由于假设包裹体不会产生水压裂缝,故当开裂区域接近包裹体时,会覆盖较小的包裹体,而沿着较大包裹体的边缘传播。

不同注水时间下裂缝在垂直方向的传播范围提取是通过搜索开裂区域所到达的上限和下限坐标得到的。裂缝传播范围及裂缝高度 h 随时间变化曲线分别如图 3(a)和图 3(b)所示,当开裂区域传播至包裹体时会受到包裹体的阻碍,如果该包裹体完全阻碍了开裂区域的扩展,则高度变化表现在曲线上则是一个水平的平台,如开裂区域沿着包裹体的一侧扩展,则在曲线上为平缓的斜坡。

在裂缝传播过程中,提取图 1 所示的注水点及其周围共 5 个典型位置的应力路径,即:注水点(位置 A)、开裂区域经过点(位置 B)、贴近包裹体的基岩(位置 C)、包裹体内部(位置 D)和开裂区域未到达处(位置 E)。各个点的应力路径变化分别如图 4 所示,其中 p 为平均有效应力, q 为有效剪应力,单位均为 MPa。开裂区域内部点(位置 A、B、C)的应力路径变化特点为平均有效应力由压应力持续降低至 0 后转为拉应力持续增加至岩石的抗拉强度直至破坏。而有效剪应力的变化特点为初期增加后逐渐降低直至 0。由于假设硬包裹体为线弹性材料且不会发生水力压裂破坏,故其内部点(位置 D)不会出现剪应力为 0 或拉应力状态。开裂区域未到达的位置(位置 E),受到水压裂缝传播的影响,剪应力和平均应力分别有小幅增加和降低。

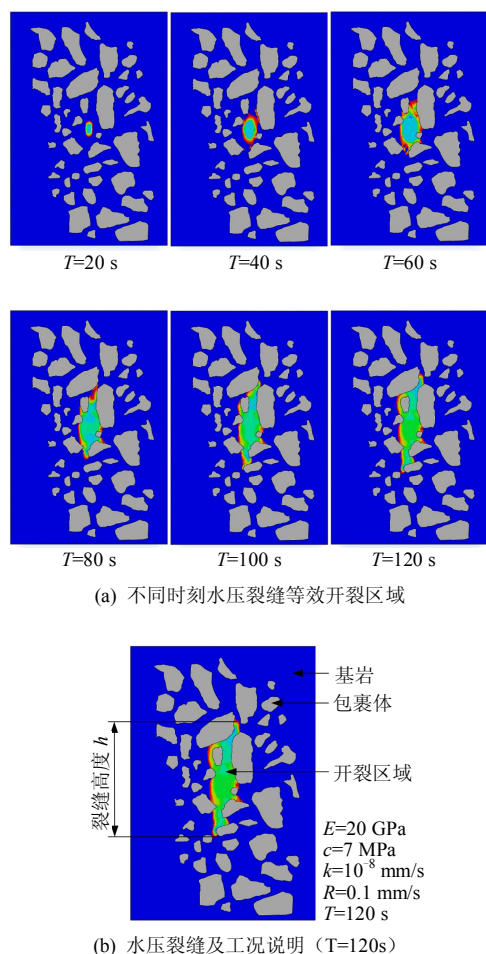


图 2 开裂区域发展图

Fig.2 Developments of fracture zones

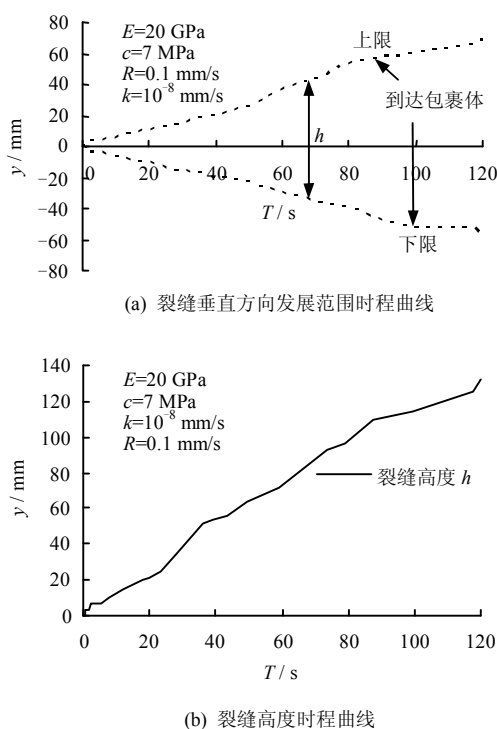


图 3 不同注水时间的裂缝垂直方向传播范围

Fig.3 Vertical bound of fracture zone and fracture height with injection time

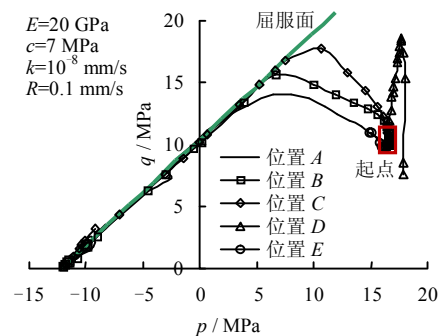


图 4 典型算例下的应力路径对比

Fig.4 Stress path comparisons in typical case

5 注水压力影响因素分析

注水压力值是控制注水过程的一个重要指标。选取图 1 中的注水位置两侧节点 i 和节点 j 处的平均水压力作为注水压力。

典型的注水压力随时间变化曲线如图 5 所示。由图可以看出, 注水压力会在注水开始的较短时间内达到峰值, 此过程为开裂过程。随后注水压力将维持在平均注水压力上下浮动直至注水结束, 即保持开裂状态值。该模拟结果反应了岩石破坏过程中注水压力的变化特点^[10]。

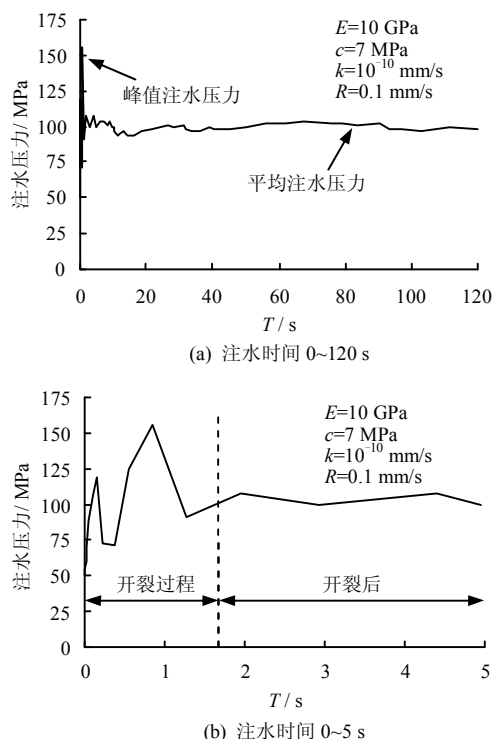


图 5 注水压力随时间变化曲线

Fig.5 Variation of pore pressure with injection time

图 6~9 分别为弹性模量 E 、凝聚力 c 、渗透系数 k 和注水速率 R 对峰值注水压力和平均注水压力的影响。由图可以看出, 在不同的材料参数和不同

的注水速率情况下, 平均注水压力均在某一个平均值上下波动。

由图6可以看出, 在仅改变基岩弹性模量条件下, 峰值注水压力随着弹性模量的提高而逐渐降低, 同时峰值注水压力的出现时间亦降低。

由图7可以看出, 基岩凝聚力的增加并未改变峰值水压力的出现时间, 但改变了其大小, 即凝聚力越高, 峰值水压力越高。

渗透系数改变同样影响着峰值注水压力, 其规律是渗透系数越高, 峰值注水压力越低, 出现时间越晚, 如图8所示。由图9可以看出, 注水速率的改变仅影响了峰值注水压力的出现时间, 即, 注水速率越高, 峰值注水压力出现越早。

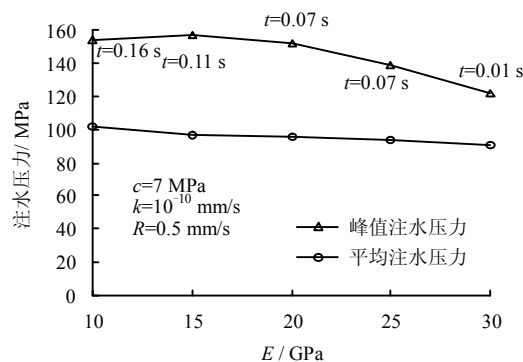


图6 不同弹性模量 E 下的注水压力

Fig.6 Injection pore pressures for different values of E

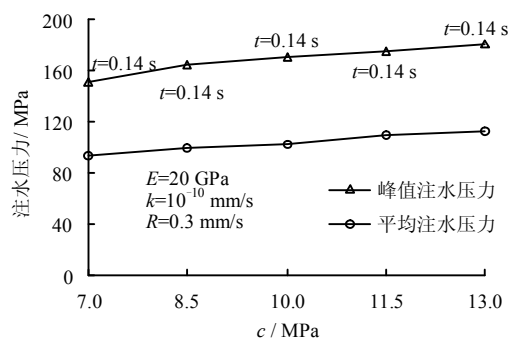


图7 不同凝聚力 c 下的注水压力

Fig.7 Injection pore pressures for different values of c

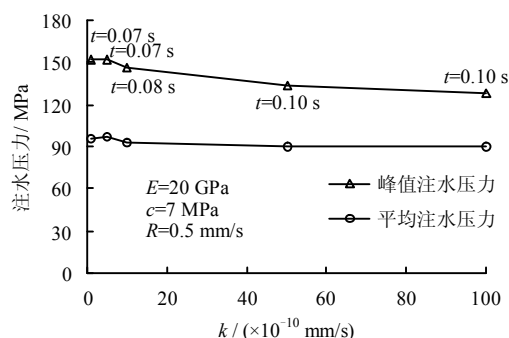


图8 不同渗透系数 k 下的注水压力

Fig.8 Injection pore pressures for different values of k

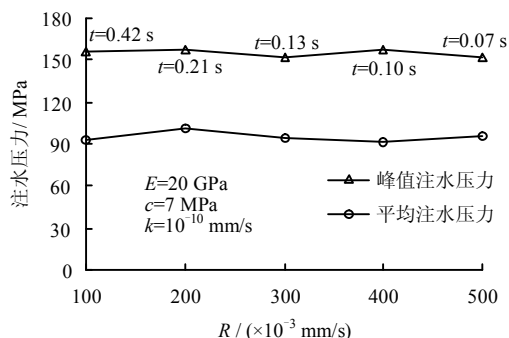


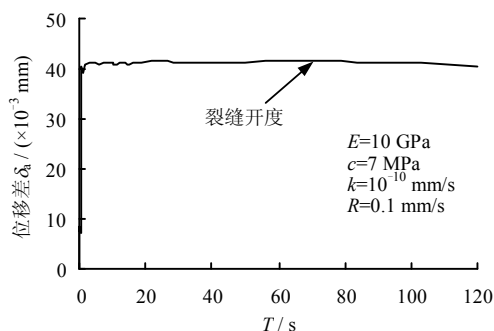
图9 不同注水速率 R 下的注水压力

Fig.9 Injection pore pressures for different values of R

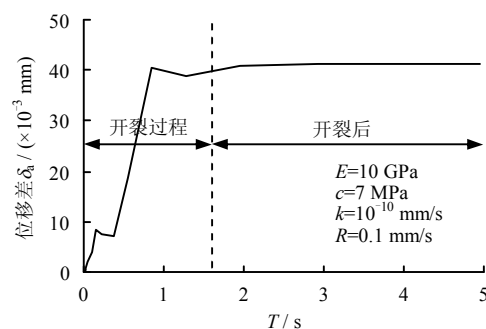
由以上分析可知, 基岩的弹性模量、凝聚力和渗透系数影响了峰值注水压力, 注水速率影响峰值注水压力的出现时间, 平均注水压力值不受影响。

6 裂缝开度影响因素分析

以图1中节点 i 和节点 j 的水平位移差值 δ_a 表示裂缝开度。典型的裂缝开度随注水时间变化曲线如图10所示。当基岩发生破坏后, 如果保持注水速率不变, 则裂缝开度维持在某一常量不变。



(a) 注水时间 0~120 s



(b) 注水时间 0~5 s

图10 裂缝张开度随注水时间的变化曲线

Fig.10 Variation of fracture aperture with injection time

裂缝开度与弹性模量、凝聚力、渗透系数和注水速率的关系分别如图11~14所示。

图11表明, 基岩的弹性模量越大, 裂缝开度越小, 这是由于弹性模量的增加导致材料刚度增加,

故而裂缝开度在弹性模量增加时降低。图 12 表明, 凝聚力的改变对裂缝开度的变化影响较小。图 13 表明, 裂缝开度随着渗透系数的增加而降低, 这是由于渗透系数较小时, 液体流动能力降低, 相同注水速率的情况下, 可以产生较大的注水压力 (参考图 7), 故而裂缝开度较大。图 14 表明, 裂缝开度随着注水速率的增加呈下降趋势。

由上述分析可知, 弹性模量、凝聚力、渗透系数和注水速率的变化均会改变裂缝开度。弹性模量的降低、凝聚力的增加、渗透系数的降低、注水速率的降低均会不同程度的增加裂缝开宽。其中基岩的弹性模量和渗透系数对裂缝开度的影响更加显著。

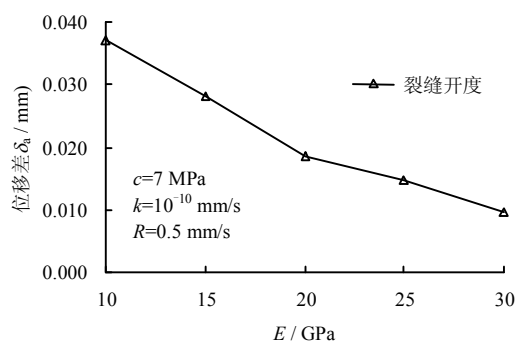


图 11 不同弹性模量 E 下的裂缝开度
Fig.11 Fracture apertures for different values of E

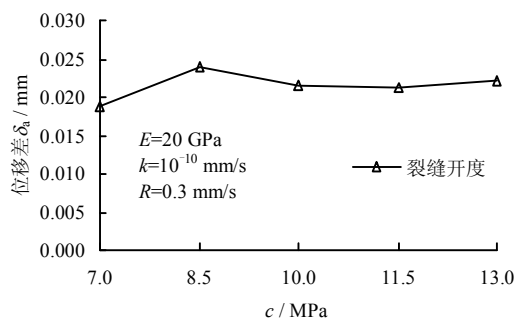


图 12 不同凝聚力 c 下的裂缝开度
Fig.12 Fracture apertures for different values of c

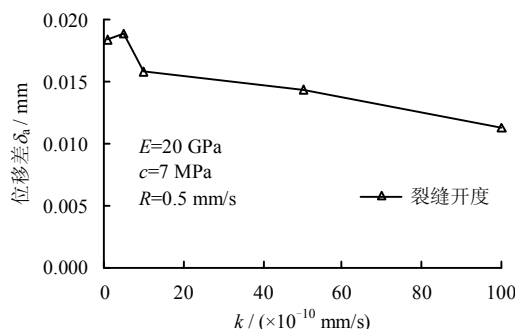


图 13 不同渗透系数 k 下的裂缝开度
Fig.13 Fracture apertures for different values of k

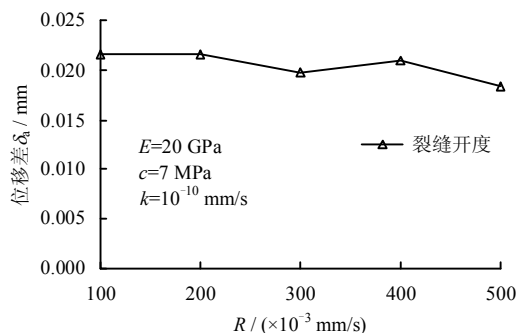


图 14 不同注水速率 R 下的裂缝开度
Fig.14 Fracture apertures for different values of R

7 结 论

(1) 弥散裂缝模型可以在无需重新划分网格和不引入真正破坏的条件下, 较好地模拟水力压裂的开裂和裂缝传播过程。

(2) 通过对含有硬包裹体分布的非均质岩石开裂过程中典型位置的应力路径变化的分析, 得出开裂区域内应力路径变化特点为平均有效应力由压应力持续降低至 0 后转为拉应力持续增加至岩石的抗拉强度, 而有效剪应力的变化特点为初期增加后逐渐降低直至 0。对于开裂区域未到达的位置, 剪应力和平均应力仅有较小的变化。

(3) 峰值注水压力受基岩的弹性模量、凝聚力和渗透系数的影响, 即: 弹性模量越低、凝聚力越高和渗透系数越低则峰值注水压力值越高; 峰值注水压力出现时间受弹性模量、渗透系数和注水速率影响, 即: 弹性模量越高、渗透系数越低和注水速率越大峰值注水压力的出现时间越早。

(4) 裂缝开度受弹性模量、凝聚力、渗透系数和注水速率的影响。弹性模量的降低、凝聚力的增加、渗透系数和注水速率的降低均会不同程度地增加裂缝开宽。

参 考 文 献

- [1] RAHMAN M M, RAHMAN M K. A review of hydraulic fracture models and development of an improved pseudo-3D model for stimulating tight oil gas sand[J]. **Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects**, 2010, 32(1): 1416—1436.
- [2] ADACHI J, SIEBRITS E, PEIRCE A, et al. Computer simulation of hydraulic fractures[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2007, 44(5): 739—754.
- [3] HU Y J, CHEN G L, CHENG W P, et al. Simulation of hydraulic fracturing in rock mass using a smeared crack

- model[J]. **Computers and Structures**, 2013, 137(1): 72—77.
- [4] PAK A. Numerical modeling of hydraulic fracturing[D]. Edmonton, Alberta: University of Alberta, 1997.
- [5] DUGDALE D S. Yielding of steel sheets containing slits[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1960, 8(2): 100—104.
- [6] BARENBLATT G L. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture[J]. **Advances in Applied Mechanics**, 1962, 7(1): 55—129.
- [7] MOHAMMADNEJAD T, KHOEI A R. An extended finite element method for hydraulic fracture propagation in deformable porous media with the cohesive crack model[J]. **Finite Elements in Analysis and Design**, 2013, 73(1): 77—95.
- [8] LECAMPION B. An extended finite element method for hydraulic fracture problems[J]. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 2009, 25(1): 121—133.
- [9] LI M, GUO P J, STOLLE D, et al. Development of hydraulic fracture zone in heterogeneous material based on smeared crack method[J]. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, 2016, 35(1): 761—774.
- [10] WANG S Y, SUN L, AU A S, et al. 2D-numerical analysis of hydraulic fracturing in heterogeneous geo-materials[J]. **Construction and Building Materials**, 2009, 23(1): 2196—2206.
- [11] ZHU W, MONTESI L G, WONG T F. A probabilistic damage model of stress-induced permeability anisotropy during cataclastic flow[J]. **Journal of Geophysical Research**, 2007, 112(1): 1—20.
- [12] BRACE W F, PAULDING B, SCHOLZ C. Dilatancy in the fracture of crystalline rocks[J]. **Journal of Geophysical Research**, 1966, 71(16): 3939—3953.
- [13] 冷雪峰, 唐春安, 杨天鸿. 岩石水压致裂过程的数值模拟分析[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2002, 23(11): 1104—1107.
- LENG Xue-feng, TANG Chun-an, YANG Tian-hong. Numerical simulation and analysis on heterogeneous and permeable rocks under hydraulic fracturing[J]. **Journal of Northeastern University: Natural Science**, 2002, 23(11): 1104—1107.
- [14] PAPANASTASIOU P. The effective fracture toughness in hydraulic fracturing[J]. **International Journal of Fracture**, 1999, 96(1): 127—147.
- [15] JIANG H, XIE Y L. A note on the Mohr-Coulomb and Drucker-Prager strength criteria[J]. **Mechanics Research Communications**, 2011, 38(1): 309—314.

上接第 3071 页

- [18] 练继建, 贺蔚, 吴慕丹, 等. 带分舱板海上风电筒型基础承载特性试验研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(10): 1—8.
- LIAN Ji-jian, HE Wei, WU Mu-dan, et al. Experimental study of bearing characteristic of bucket foundation of offshore wind turbine with bulkheads[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(10): 1—8.
- [19] 郭绍曾, 刘润. 插桩过程对邻近平台桩基础的影响研究[J]. 地震工程学报, 2015, 37(2): 446—459.
- GUO Shao-zeng, LIU Run. Influence of spud can penetration on pile foundations near a platform[J]. **Journal of Earthquake Engineering**, 2015, 37(2): 446—459.
- [20] 周龙, 刘润. 桩靴连续贯入过程的动态模拟方法研究[J]. 地震工程学报, 2015, 37(2): 461—466.
- ZHOU Long, LIU Run etc. A dynamic simulation method for continuous spud can penetration[J]. **Journal of Earthquake Engineering**, 2015, 37(2): 461—466.
- [21] 谭越, 刘明. 水下生产系统防沉板基础分析[J]. 船海工程, 2012, 41(4): 133—141.
- TAN Yue, LIU Ming. Structure analysis of mudmat foundation for subsea production system[J]. **Ship & Ocean Engineering**, 2012, 41(4): 133—141.
- [22] 张晖. 水下终端管汇结构设计[J]. 中国石油和化工标准与质量, 2013, 14: 63—65.
- ZHANG Hui. Design of PLEM structure[J]. **China Petroleum and Chemical Industry Standard and Quality**, 2013, 14: 63—65.
- [23] 杨进良, 陈环. 土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2009: 237—241.
- YANG Jin-liang, CHEN Huan. Soil mechanics[M]. Beijing: China Water Conservancy and Hydropower Press, 2009: 237—241.
- [24] RANDOLPH M F. The Challenges of deepwater soft sediments[R]. [S. l.]: Geotechnical Engineering State of the Art and Practice: Keynote Lectures from Geo-Congress, 2012, 241—271.